

МЕТОД РАНЖИРУВАННЯ ЗА ПОХИБКОЮ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ТОЧНОСТІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Д. т. н. С. А. Положаєнко, А. Ю. Прокоф'єв, В. В. Літинський, О. В. Татарин

Національний університет «Одеська політехніка»

Україна, м. Одеса
sanp277@gmail.com

Показано можливість аналітичної формалізації процедури ранжирування (тобто розбиття на класи за точністю) похибок, що виникають на етапі числової реалізації математичних моделей динамічних систем, представлених на основі апаратів диференціальних та інтегральних рівнянь в задачах моделювання та управління цих систем. Запропоновано алгоритм ранжирування первинних похибок за точністю, що дозволяє автоматизувати цей процес. Отримано оцінки «знизу» функцій розподілу неусувної похибки реалізації математичних моделей динамічних систем із застосуванням методу ранжирування за похибкою, причому оцінки ґрунтуються на застосуванні гарантованих оцінок для абсолютних та відносних похибок, що виникають в ході моделювання.

Ключові слова: динамічні системи, оцінювання точності, похибки розв'язку рівнянь динаміки, математичні моделі.

Для рішення багатьох технічних та науково-дослідних задач широко застосовуються як універсальні, так і спеціалізовані засоби обчислювальної техніки (ОТ). Характерною відмінністю останніх від універсальних засобів ОТ є навмисно вузький клас алгоритмів, які реалізуються, орієнтований на розв'язування обмеженого кола прикладних задач. При цьому, природно, передбачається досягнення низки певних переваг, до яких зазвичай відносяться один або група факторів, таких як підвищена швидкодія, неаналітичний спосіб розв'язування задач (для аналогових спеціалізованих засобів).

Мета роботи полягає у розробленні процедури визначення оцінки «знизу» функцій розподілу неусувної похибки реалізації математичних моделей динамічних об'єктів у вигляді диференціальних та інтегральних рівнянь, яку покладено в основу методу ранжирування за похибкою [1].

Для подальших розмірковувань будемо вважати, що засобами ОТ розв'язуються задачі, які описуються в рамках узагальненої математичної моделі виду

$$A_k y = u \quad (1)$$

де A_k — оператор, який є елементом певного набору можливих операторів для конкретної задачі (або типу засобу ОТ); y, u — шуканий розв'язок та відома права частина (числа, вектори, функції), які мають свої обмежені області визначення.

Первинні похибки у початкових даних призводять до необхідності розв'язувати наближену задачу

$$\hat{A}_k \hat{y} = \hat{u} \quad (2)$$

де $\hat{A}_k = A_k + \Delta A_k$; $\hat{u} = u + \Delta u$.

Похибка розв'язку, що очевидно, визначається як

$$\Delta y = \hat{y} - y \quad (3)$$

і може бути віднайдена лише за умови відомого точного розв'язку y , що обмежує прикладне застосування (3) як розрахункового виразу лише випадками розв'язування тестових (аналітичних) задач.

Шляхом, який дозволяє спростити наступний за процесом розв'язування задачі не менш трудомісткий процес аналізу точності результату (або підвищити його оперативність), може бути перенесення щонайменше частини цього (останнього) процесу на період, що передує розв'язуванню. Цей шлях [2] полягає у попередньому обчисленні залежностей похибки Δy (а практично, її характеристик) від характеристик первинних похибок за допомогою послідовного перебору можливої множини цих первинних похибок.

Отриманих таким чином залежностей достатньо, щоб за ними оперативно оцінювати точність засобу ОТ, що розв'язує будь-яку задачу з характером похибок вихідних даних, які змінюються.

Очевидно, що розбиття на класи за точністю (тобто ранжирування) має бути проведено таким чином, щоб їхня кількість задовольняла двом суперечливим вимогам: вона має бути достатньо великою, щоб забезпечувати придатну диференціацію показників точності, і водночас не настільки великим, щоб перешкоджати простому та зручному визначенню приналежності кожної конкретної задачі до якогось класу.

Враховуючи багаточисельність первинних похибок, значний обсяг обчислень, які супроводжують здійснення наведених вище процедур, а також складність вихідних залежностей (3), можна дотримуватися такого алгоритму.

1. Обрати показник точності розв'язку $T[\Delta y]$, який несе достатньо повну інформацію щодо похибки і який може бути ефективно визначений шляхом числового експерименту.

2. Застосувати серію комп'ютерних розрахунків (експериментів) щодо побудови залежностей $T[\Delta y]$ від первинних похибок ΔA_k та Δu на множині можливих задач. Цілоком припустимо в цьому разі використовувати сітки еталонних задач, що "дискретно" представляють та охоплюють всю множину розв'язуваних задач, що у підсумку дозволяє використовувати інтерполяційний підхід при дослідженні точності будь-якої з можливих задач, які не співпадають з жодною еталонною, але для яких може бути віднайдена найбільш близька (щодо точності) еталонна задача.

3. Виділити в процесі цих розрахунків групи близьких залежностей, що поєднують окремі задачі у класи точності.

4. Виділити показники точності задачі

$$Q_{\zeta} = Q_{\zeta}(A_k, u); (\zeta = 1, 2, \dots, \zeta < n), \quad (4)$$

які дозволяють за допомогою деякого нескладного правила C визначати приналежність m -ї задачі L -му класу за параметрами точності

$$Q_L \sim C[Q_m], (L = 1, 2, \dots, L < \zeta < n). \quad (5)$$

Система цих параметрів забезпечує швидку орієнтацію в об'ємній множині робочих залежностей між $T_{m,\zeta}[\Delta y]$ та $Q_{\zeta} = Q_{\zeta}(A_k, u); (\zeta = 1, 2, \dots, \zeta < n)$, що і є розв'язком поставленої задачі ранжирування.

В такому разі можна стверджувати, що в основі методу, який розглядається, покладено принцип ранжирування за похибками задач та засобів ОТ, який полягає в оцінюванні похибок розв'язків за допомогою асоціативних залежностей між показниками точності, які нас цікавлять, та первинними похибками, отриманими в результаті попереднього процесу розв'язування задачі моделювання, й класифікації за точністю розв'язуваних задач за допомогою системи еталонних прикладів.

Таким чином, запропоновано процедуру методу ранжирування за похибками при реалізації математичної моделі динамічних систем в задачах моделювання та управління ними. На відміну від застосування відомої теорії чутливості або проведення більш точних обчислень в процесі розв'язування задачі використання запропонованих аналітичних оцінок у вигляді нерівностей можна вважати економічним (щодо трудомісткості обчислень) та достатнім (за абсолютними значеннями) для подальшого аналізу та прийняття рішення щодо оцінювання точності отриманого розв'язку.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Прокофьев А. Ю. Метод точностного тарирования при реализации математических моделей динамических систем в задачах моделирования та управління. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки : зб. наук. праць*, 2022, вип. 23, с. 116–129.

2. Прокофьев А. Ю. Анализ погрешностей математического моделирования динамических объектов, які описуються інтегральними рівняннями. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*, 2022, т. 12, № 3, с. 209–219.

S. A. Polozhaenko, A. Ju. Prokofiev, V. V. Litinsky, O. V. Tataryn

The method of ranking by error for assessing the accuracy of solving the problems of modeling dynamic systems

One of the main qualitative indicators of computing tools is the accuracy with which they can solve applied problems, in particular, problems of modeling and control of dynamic systems. However, regardless of the widespread use of computer technology, the problem of assessing the accuracy of calculations cannot be considered solved, and its relevance is increasing due to the rapid development and spread of cybernetic tools for various purposes. The acuteness of the problem lies in the complexity of the analysis of calculation errors, which leads to cumbersome analytical justifications and a large amount of calculations required to obtain specific numerical data.

Key words: dynamic systems, accuracy assessment, errors of solving dynamics equations, mathematical models.